Problema 2Drumuri

Clasele XI-XII
Autor stud. mrd. Bogdan Pop, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca

Soluție de 20 de puncte - $\mathcal{O}((C_{2*N-2}^{N-1})^2)$

O soluție parțială este să generăm toate perechile de drumuri utilizând algoritmul de backtracking, și să luăm coeficientul maxim dintre toate soluțiile găsite.

Soluție de 50 de puncte - $\mathcal{O}(N^4)$

Putem observa că, în soluția cu backtracking, valoarea returnată de funcție depinde complet de parametrii cu care este apelată(aceștia fiind x_1, y_1, x_2, y_2; reprezentând capetele drumurilor formate până acum). Cum această valoare nu se schimbă, am putea sa o memoizăm. Așadar, noi voi calcula această valoare doar la primul apel al funcției pentru niște parametrii dați, iar apoi vom refolosi valoarea în toate apelurile care urmează. Așadar, noi vom trece prin maxim N^4 stări, pe care le vom memora într-o matrice cu 4 dimensiuni.

Soluție de 80 de puncte - $\mathcal{O}(N^3)$

Totuși, soluția anterioară va trece prin doar N^3 stări. De ce? Putem observa că în backtracking, capetele drumurilor generate vor fi pe aceași diagonală secundara. Așadar, ne putem imagina că în loc să memoizăm *diagonala*, x_1, x_2, care reduce numărul de stări la N^3. Așa vom putea reduce și dimensiunea matricei în care memorăm rezultatele la O(N^3), care era defapt adevărata limitare a soluției anterioare.

Soluție de 100 de puncte - $\mathcal{O}(N^3)$

Ca o ultimă optimizare, putem renunța la implementarea recursivă a algoritmului, și să gândim problema ca pe una de programare dinamică:

$dp[diag][x_1][x_2]$ = coeficientul maxim de similaritate pe care îl putem obține, dacă am ajuns cu cele 2 drumuri pe diagonala secundară *diag*, primul drum terminându-se pe linia x_1, iar al doilea pe linia x_2.