Problema Turism

Clasele XI-XII
Autor stud. mrd. Bogdan Pop, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca

Observație generală

Deoarece traseurile căutate trebuie să aibă properietatea că din ultimul nod al traseului se poate ajunge înapoi in primul, **toate nodurile dintr-un traseu trebuie să fie din aceeași componentă tare conexă**. Așadar, ca un prim pas pentru ambele cerințe, vom rula un algoritm pentru a determina dimensiunile componentelor tare conexe din graf. Fie $size_i$ șirul dimensiunilor componentelor tare conexe.

Soluție cerința 1 - $\mathcal{O}(N\sqrt{N})$

În cadrul unei componente conexe de dimensiune M, numărule de trasee de lungime K în care obiectivele se pot repeta este M^K.

Așadar, o solutie brută ar fi să luăm fiecare dimensiune $size_i$ și cu un for de la 1 la Q să adaugăm într-un șir rezultat pe poziția i, numărul de trasee de lungime i. Această soluție are complexitate $\mathcal{O}(N \cdot Q)$

Pentru soluția de 100, vom folosi următoarea observație: într-un șir de numere pozitive cu suma N, există maxim $\sqrt{N}$ poziții cu valoarea mai mare decât $\sqrt{N}$. Această observație implică și că într-un șir de genul, există maxim $\sqrt{N}$ valori distincte.

În problema noastră, $size_i$ este un astfel de șir. Așadar, putem calcula frecvențele fiecărei valori, iar apoi să calculăm șirul rezultat doar o dată pentru fiecare valoare distinctă.

Soluție cerința 2 - $\mathcal{O}(N)$

În cadrul unei componente conexe de dimensiune M, numărule de trasee de lungime K în care obiectivele nu se pot repeta este A_M^K.

Așadar, vom lua fiecare dimensiune $size_i$ și cu un for de la 1 la $size_i$ să adaugăm într-un șir rezultat pe poziția i, numărule de trasee de lungime i.

Pentru calcularea eficientă a aranjamentelor, se vor folosi inverse modulare.