



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
"GRIGORE MOISIL" - EDIȚIA a XXXV-a  
BISTRITĂ, 24-26 MARTIE 2023

## Clasa a VIII -a

1. Aflați cea mai mică valoare a expresiei  $E(x, y, z) = x + 2y + 3z$  atunci când numerele întregi  $x, y, z$  verifică relația:

$$2x(3x - 1) + y(y - 4x) + 4z(z - x) = 1.$$

2. a) Fie  $a, b, \alpha, \beta \in (0, \infty)$ . Demonstrați că

$$(\alpha a + \beta b)\left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b}\right) \geq (\alpha + \beta)^2.$$

- b) Demonstrați că pentru orice numere negative  $x, y, z$  are loc inegalitatea:

$$\frac{1}{x + 2y} + \frac{1}{y + 2z} + \frac{1}{z + 2x} \geq \frac{1}{3} \left( \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} \right).$$

3. Piramida patrulateră  $VABCD$  are proprietatea că planele  $(VAB)$  și  $(VCD)$  sunt perpendiculare pe planul  $(ABC)$ .

- a) Demonstrați că dreptele  $AB$  și  $DC$  sunt concurente.

- b) Fie  $S$  punctul de intersecție a dreptelor  $AB$  și  $DC$ . Demonstrați că  $VS \perp (ABC)$ .

- c) Descrieți modalitatea prin care se obține o piramidă patrulateră cu două fețe opuse perpendiculare pe planul bazei.

4. O mulțime  $M$  de 31 de numere naturale conține numărul 226, iar cel mai mare element al său este 2023. Se mai știe că suma oricărui 16 elemente ale mulțimii este mai mare decât suma celorlalte 15 elemente rămase.

Aflați celelalte elemente ale mulțimii  $M$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.